

Герасін О.С.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Козлов О.В.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Кондратенко Ю.П.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Скакодуб О.С.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОЦІЛЬОВОГО ГУСЕНИЧНОГО МОБІЛЬНОГО РОБОТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЕРЕМІЩЕННЯ

У статті проведений синтез та дослідження математичної моделі багатоцільового гусеничного мобільного робота (МР) з притискними електромагнітами, здатного переміщуватися та виконувати різноміснї технологічні операції на похилих феромагнітних поверхнях. Авторами розроблена математична модель рушійного комплексу МР для рівномірного та нерівномірного просторового руху, яка пов'язує швидкість переміщення, курсовий кут та створюване роботом притискне зусилля. Синтезована модель МР дає змогу досліджувати поведінку цього складного технічного об'єкта керування в різних умовах руху та може бути застосована в подальших дослідженнях під час розробки та налагодження систем автоматичного керування (САК) основними координатами МР.

Ключові слова: мобільний робот багатоцільового призначення, гусеничний рушій, притискний електромагніт, система автоматичного керування, математичне моделювання.

Постановка проблеми. Сучасні засоби автоматизації, зокрема роботи, витісняють людину з великої кількості технологічних процесів та операцій у виробництві [1]. Так, багатоцільові мобільні роботи, що здатні переміщуватися по похилих феромагнітних поверхнях та виконувати різноміснї технологічні операції у важкодоступних і небезпечних для людини місцях, знаходять застосування в суднобудуванні та судноремонті [2; 3]. Слід зазначити, що такі МР потребують синтезу складних САК для автоматизації процесів виконання заданих технологічних операцій. Синтез САК МР доцільно проводити з метою забезпечення високої точності технологічних операцій, що визначається якістю керування його основними координатами: притискним зусиллям, швидкістю та курсовим кутом.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У науково-технічній літературі є певна кількість публікацій стосовно автоматизації виконання технологічних операцій за допомогою МР вертикального переміщення, які оснащуються різноміснїми притискними пристроями та рушійми для переміщення по вертикальних поверхнях [2–10].

Під час опрацювання феромагнітних поверхонь найбільш ефективні МР, оснащені магнітокерованими притискними пристроями з гусеничними рушійми [8; 10]. Гусениці мають більшу площу контакту з поверхнею порівняно з іншими рушійми, що забезпечує менший тиск та краще зчеплення у разі переміщення. Крім конструкцій, автори попередніх досліджень описують здебільшого системи дистанційного керування такими роботами [3; 5–7]. При цьому найбільший інтерес являють саме САК такими МР, синтез керуючих пристроїв (регуляторів) яких доцільно проводити на основі математичних моделей роботів. Однак кількість публікацій стосовно моделювання багатоцільових МР для вертикального переміщення по феромагнітних поверхнях у науковій літературі обмежена, зокрема, в роботі [10] запропоновані моделі окремих компонентів МР, а також механізми визначення моментів інерції його частин. Тому розробка адекватних математичних моделей подібних МР для синтезу та дослідження їх САК натепер є актуальною задачею.

Постановка задачі. Багатоцільовий гусеничний МР вертикального переміщення є складним

об'єктом керування рухом. Тому для синтезу його САК необхідно мати досить адекватні математичні моделі, які враховують основні конструктивні особливості самого робота, а також умови його функціонування (нахил поверхні, виконувану операцію, створюване притискне зусилля). Метою цієї статті є розробка математичної моделі багатоцільового гусеничного МР з магнітокерованими притискними пристроями як складного об'єкта керування та дослідження процесів його переміщення по феромагнітній поверхні.

Виклад основного матеріалу дослідження. Нерівномірний рух багатоцільового гусеничного МР по похилій поверхні вгору схематично показаний на рис. 1, де введені такі позначення: γ – кут нахилу поверхні, R_K – радіус ведучого колеса, V_{MP} – лінійна швидкість переміщення робота, ω_K – кутова швидкість обертання коліс; G – сумарна вага робота, F_f – сила опору руху, F_{TO} – сила опору від виконуваної технологічної операції та/або тяги причепа (буксирування обладнання), X_K – реакція поверхні, паралельна шляху руху робота, N – реакція поверхні, нормальна до площини поверхні, F_J – сила інерції маси робота, F – сила притискного магніту, M_J – сумарний момент дотичних сил інерції привідних і напрямних коліс, котків, ланок гусениці і деталей передачі, встановлених на поперечних валах [11].

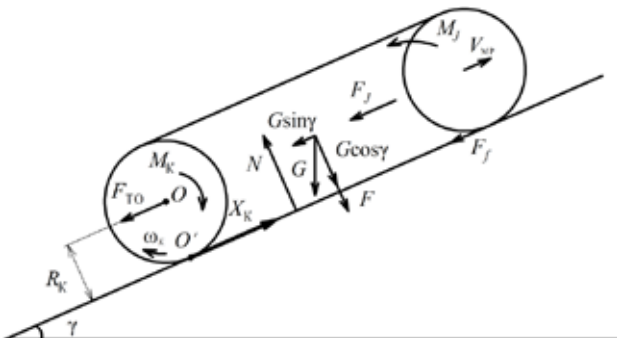


Рис. 1. Схема сил, що діють на МР під час руху по похилій поверхні

На робот, що нерухомо стоїть на горизонтальній площадці, із зовнішніх сил діє вага G ($G = m_{MP}g$, m_{MP} – маса робота, g – прискорення вільного падіння) і викликана нею нормальна реакція поверхні N . Коли МР знаходиться на підйомі або ухилі, вага G може бути розкладена на два складники, спрямовані відносно поверхні: паралельно – $G\sin\gamma$ й нормально – $G\cos\gamma$. Складник $G\sin\gamma$ чинить додатковий опір руху робота на підйомах. На ухилах ця сила спрямована по ходу робота і є рушійною силою, яка частково повертає

енергію, витрачену на підйом. Сила $G\cos\gamma$ разом з силою F та іншими силами і моментами визначає величину і точку прикладання реакції N з боку робочої ФП та визначається як зціпна вага [12].

Абсолютна величина сумарної сили F_f опору коченню МР у разі сталого руху його на горизонтальній ділянці відповідає силі, що витрачається на переміщення самого робота, і завжди спрямована проти руху, а її величина залежить від ваги МР, конструкції рушія та стану поверхні. Приймається, що сила F_f не залежить від швидкості руху. Сила опору коченню для МР визначається як:

$$F_f = f(G \cos \gamma + F) = F_{f1} + F_{f2},$$

де f – коефіцієнт кочення робота, $f \approx 0,01..0,03$ для твердої феромагнітної поверхні; F_{f1} , F_{f2} – сили опору з боку лівої та правої гусениць відповідно.

Сили інерції F_J окремих частин МР виникають у разі його нерівномірного прямолінійного поступального руху і можуть бути замінені їх рівнодійною, яка додається в центрі ваги робота і спрямовується паралельно шляху руху в бік, протилежний прискоренню. Величина цієї рівнодійної $F_J = m_{MP}a\lambda$, a – прискорення прямолінійного поступального руху робота, λ – зведений коефіцієнт маси, який враховує вплив інерції оберткових частин робота під час нерівномірного поступального руху, для орієнтовних розрахунків гусеничного рушія використовують емпіричну залежність $\lambda = 1,15 + 0,001 k_p^2$ [13].

Обертання привідного колеса під час руху МР викликається привідним моментом, переданим до нього від двигуна через редуктор. Під час кочення ведучого колеса з гусеницею, крім нормальної складової реакції поверхні, з'являється складова реакції поверхні X_K , спрямована в бік руху робота паралельно шляху руху. Ця реакція поверхні є рушійною і штовхає робота з силою, що викликає переміщення робототехнічного агрегату. З достатньою для практики точністю можна вважати, що у разі рівномірного руху реакція поверхні X_K дорівнює коловому зусиллю на ободі ведучого колеса F_T – дотичній силі тяги, визначеній з урахуванням втрат на тертя в привідній частині гусениці [11]. У цьому разі сила тяги, яку розвивають два двигуни, F_T для гусеничного робота описується рівнянням:

$$F_T = \frac{M_2 k_p}{R_K} \eta_p \eta_{ГР} = F_{T1} + F_{T2}$$

де M_2 – корисний крутний момент двигуна, $M_2 = M_{EM} \eta_d$ (M_{EM} – електромагнітний момент двигуна, η_d – ККД двигуна); $\eta_{ГР}$ – ККД гусеничного рушія [12]; η_p – ККД редуктора; F_{T1} , F_{T2} – сили тяги гусениць.

Необхідно відзначити, що максимальне можливе значення привідного моменту і дотичної сили тяги залежить не тільки від двигуна і передаточного числа редуктора, а й від зчеплення гусениць. На якість зчеплення МР, здатного переміщуватися по вертикальних поверхнях, впливає сила реакції опору самої поверхні N , яка може бути визначена як:

$$N = G \cos \gamma + F = N_1 + N_2 = G_{зч},$$

де N_1, N_2 – нормальні реакції поверхні, діючі на опорні ділянки лівої та правої гусениць, $G_{зч}$ – зчепна вага робота.

Забезпечення надійного зчеплення рушія МР з похилою або стельовою поверхнею є дуже непротим завданням та потребує забезпечення контролю значення притискного зусилля F [9; 14–15]. Для здійснення переміщення робота гусениці мають притискатися до поверхні з силою, рівною зчепній вазі $G_{зч}$. Відповідно, сила тяги F_T має дорівнювати силі зчеплення гусениць з поверхнею $F_{зч}$ (розрахунковій силі тяги за зчепленням):

$$F_{зч} = \sum_{i=1}^n \mu' N_i \approx \phi' N,$$

де μ' – коефіцієнт тертя між опорною ділянкою трака та поверхнею, N_i – нормальне навантаження на трак, n – кількість траків опорної гілки гусениці, ϕ' – коефіцієнт пропорційності, що характеризує якість зчеплення та визначається дослідним шляхом для таких умов руху [12; 13].

На основі рис. 1 можна скласти рівняння тягового балансу МР:

$$F_T = F_f \pm F_{TO} \pm G \sin \gamma \pm F_J, \quad (1)$$

де знак «+» для сили $G \sin \gamma$ стосується підйому, а «-» – спуску. Своєю чергою знаки «+» та «-» для сили F_J відповідають розгону і гальмуванню. Враховуючи вирази для F_f, F_J та вираз (1), можна отримати диференціальне рівняння руху центра тяжіння МР:

$$\ddot{x} = \pm \frac{1}{m_{MR} \lambda} [F_T - G(f \cos \gamma \mp \sin \gamma) - fF \mp F_{TO}], \quad (2)$$

де \ddot{x} – прискорення робота ($\ddot{x} = a$).

Розрахункове значення сили тяги, яку необхідно забезпечити у разі нерівномірного руху МР по похилій поверхні, визначається з урахуванням умов подолання максимальних сил опору, що зустрічаються в основному під час подолання великих підйомів. Водночас сила тяги двигунів F_T не може бути більшою за силу зчеплення $F_{зч}$. Інакше буде спостерігатися явище буксування, що є несприятливою ситуацією і призводить до витрат енергії на буксування [11]. Отже, сила тяги

двигунів, що розвивається під час прискореного руху робота ($F_J \neq 0$), має дорівнювати як максимальній силі опору руху на підйомі, так і силі зчеплення [12], тобто

$$F_T = F_{TO} + F_f + G \sin \gamma + F_J = \phi N,$$

де ϕ – коефіцієнт зчеплення, для незмінюваних умов руху $\phi = \phi'$.

Підставивши отримані вище залежності для сил та розділивши отриману рівність на G , отримаємо вираз:

$$F_T^* = F_{TO}^* + f \cos \gamma + fF^* + \sin \gamma + \lambda a/g = \phi \cos \gamma + \phi F^*,$$

де F_T^*, F_{TO}^*, F^* – значення питомих сил тяги двигунів, причепа та притискних магнітів відносно сили тяжіння G , $F_T^* = F_T/G$, $F_{TO}^* = F_{TO}/G$, $F^* = F/G$. У цьому рівнянні значення коефіцієнтів опору руху та зчеплення з поверхнею є фізично зумовленими та не можуть бути змінені під час руху. Однак воно пов'язує між собою значення кута нахилу робочої феромагнітної поверхні та необхідного притискного зусилля для забезпечення руху без буксування:

$$F^* = \frac{F_{TO}^* + f \cos \gamma + \sin \gamma - \phi \cos \gamma + \lambda a/g}{\phi - f}. \quad (3)$$

Отримана залежність є дуже важливою, позаяк безпосередньо дає змогу забезпечувати умови поздовжньої та поперечної стійкості МР. Так, на нерухомий гусеничний МР, що знаходиться на похилій поверхні, діє складник ваги $G \sin \gamma$, яка прагне перекинути корпус робота, повернувши його щодо осі, що проходить через точку O' (рис. 1). Складник $G \cos \gamma$ діє в зворотному напрямку і прагне притиснути робот до поверхні. За збільшення кута підйому γ перекидальна сила $G \sin \gamma$ й момент її щодо точки O' збільшуються, а притискна сила до поверхні $G \cos \gamma$ і момент її щодо тієї ж точки зменшуються, аж до її зникнення для кута в 90° . Тому завдяки наявності притискної сили магнітів забезпечується утримання корпусу МР на феромагнітній поверхні незалежно від кута нахилу. За відсутності навантаження від технологічної операції та притискного зусилля ($F_{TO} = 0$, $F = 0$) максимальний кут, який може подолати МР, визначається з виразу: $(\phi - f) \cos \gamma - \sin \gamma = \lambda a/g$, тоді як для рівномірного руху $\gamma = \arctg(\phi - f)$.

У загальному випадку рівняння моментів відносно осі ведучих коліс O (рис. 1) у разі нерівномірного прямолінійного руху МР матиме вигляд:

$$M_K = (F_f \pm G \sin \gamma \pm F_{TO} \pm F_J) R_K \pm M_J, \quad (4)$$

де рухомий момент колеса M_K з урахуванням витрат у ведучій частині гусениці дорівнює сумі

таких моментів: моменту, відповідному складовій силі тяги причепа, паралельній поверхні шляху, і рівного $F_{TO}R_K$; моменту, відповідному складовій ваги робота, паралельній поверхні шляху, і рівного $GR_K \sin \gamma$; моменту, відповідному силі інерції у разі прямолінійного поступального руху робота, рівного $F_J R_K$; моменту, відповідному силі кочення, рівного $F_J R_K$; моменту M_J , відповідного силам інерції обертових деталей рушія (знак «+» для M_J стосується розгону, а «-» – гальмування).

Далі необхідно врахувати моменти опору повороту МР, які створюють додаткове навантаження на привідні двигуни. Поворот гусеничного рушія забезпечується різними силами тяги і швидкостями руху на кожній гусениці. Гусениця, що рухається з більшою швидкістю (забіжна гусениця), повертає корпус робота в бік відстаючої

гусениці (рис. 2). При цьому мобільний робот одночасно наче бере участь у двох рухах – поступальному та обертальному навколо поточного полюса $O_{Ц}$ (рис. 2 а).

Співвідношення взаємозв'язку кінематичних параметрів для опису повороту МР записуються з урахуванням [10; 13] та рис. 2 як:

$$\omega_{MP} = V_{MP} / R_{П} = (V_{Г2} - V_{Г1}) / B; \quad (5)$$

$$V_{MP} = (V_{Г2} + V_{Г1}) / 2; \quad (6)$$

$$V_{Г1} = \omega_{MP} (R_{П} - 0,5B) = \omega_{K1} R_K; \quad (7)$$

$$V_{Г2} = \omega_{MP} (R_{П} + 0,5B) = \omega_{K2} R_K, \quad (8)$$

де $V_{Г1}$, $V_{Г2}$ – поточні лінійні швидкості відстаючої та забіжної гусениць; $R_{П}$ – радіус повороту робота, $R_{П} = 0,5B(V_{Г2} + V_{Г1}) / (V_{Г2} - V_{Г1})$; V_{MP} , φ_{MP} – поточна лінійна швидкість та курс робота,

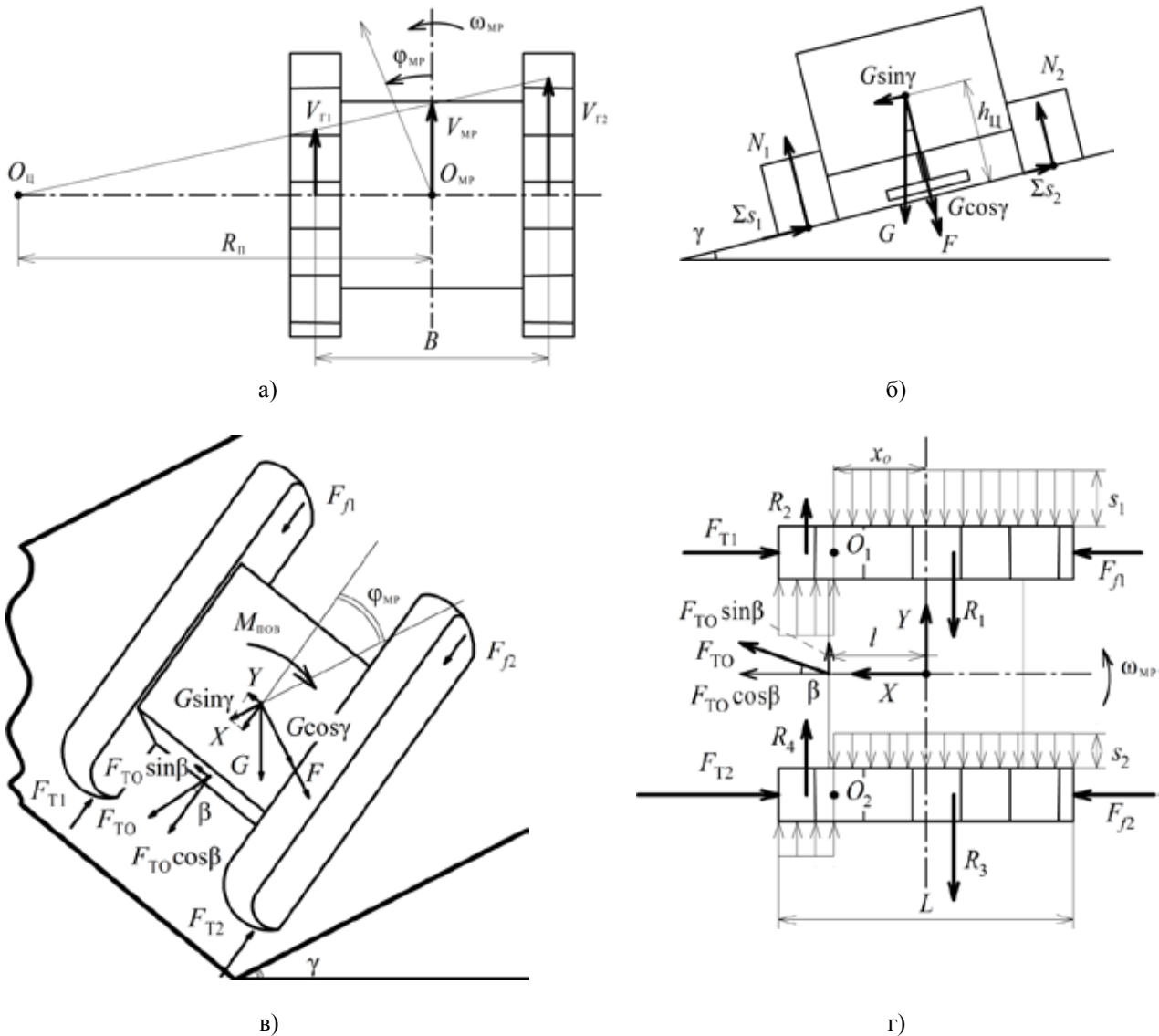


Рис. 2. Поворот МР: кінематична схема (а), розрахункові схеми сил під час повороту МР на похилій поверхні у разі чистого крену (б) та довільного положення (в, г)

$\varphi_{MP} = d\omega_{MP}/dt$; B – відстань між центрами гусениць; ω_{K1} , ω_{K2} – кутові швидкості відстаючого та забіжного привідних коліс.

Розглянемо поворот мобільного робота на похилій феромагнітній поверхні з рівномірною кутовою швидкістю ω_{MP} (відцентрова сила відсутня). На відміну від повороту на горизонтальній ділянці, крім реакцій поверхні на МР під час повороту на підйомі (спуску), діють сили у вигляді поздовжньої складової сили ваги або у вигляді поперечної складової ваги під час повороту з положення крену [12]. За довільних положень робота на похилій поверхні одночасно діють поперечна і поздовжня складові ваги G . Одночасно діють поперечна і поздовжня сили як складові відцентрової сили, а також сили інерції. Отже, доцільно розглянути більш загальний випадок руху – поворот гусеничного мобільного робота за наявності поздовжніх і поперечних сил [12].

На рис. 2 в зображено довільне положення МР на похилій площині, яке визначається курсовим кутом φ_{MP} причому складова ваги робота паралельна площині руху і рівна $G\sin\gamma$, своєю чергою, дає складову X , спрямовану уздовж поздовжньої осі робота, і поперечну складову Y , перпендикулярну цій осі. Враховуючи курс робота та силу, створювану притискними пристроями, отримаємо такі залежності:

$$X = G\sin\gamma\cos\varphi_{MP}; Y = G\sin\gamma\sin\varphi_{MP}.$$

Сили опору повороту, що діють у напрямку, перпендикулярному до напрямку руху, спрямовані проти повороту. Сили опору повороту залежать від ваги МР, притискного зусилля, конструкції ходової частини і їх можна виразити через коефіцієнт пропорційності між поперечними реакціями поверхні та нормальним тиском опору повороту $\mu_{пов}$. При цьому s_1 та s_2 – питомі поперечні сили, що діють на одиницю довжини опорних поверхонь відстаючої та забіжної гусениць (на рис. 2 г у межах однієї гусениці вони рівні між собою), рівнодійні яких позначені як R_1 , R_2 , R_3 та R_4 . Коефіцієнт опору повороту залежить від радіусу повороту та визначається з виразу [12]:

$$\mu_{пов} = \frac{\mu_{max}}{a_{\pi} + (1 - a_{\pi}) R_{\pi} / B}, \quad (9)$$

де μ_{max} – значення $\mu_{пов}$ при $R_{\pi} = B$, для гусениць робота можна прийняти $\mu_{max} \approx 0,4 \dots 0,8$ – більше значення μ_{max} приймають для одного типу фрикційного матеріалу гусениць, що відноситься до роботів з більшим середнім питомим тиском та з

більшою довжиною опорної поверхні гусениць; a_{π} – дослідний коефіцієнт, у розрахунках приймають $a = 0,8 \dots 0,87$ [12].

Для знаходження сил тяги гусениць F_{T1} та F_{T2} припустимо, що епюри поперечних реакцій поверхні на гусениці є прямокутними, відповідно не буде врахований перерозподіл нормальних навантажень на опорні поверхні гусениць від дії поздовжньої сили X . Схема зовнішніх сил, що діють на МР у розглянутому випадку, показана на рис. 2 г, де епюра навантажень має несиметричний вигляд. Нерівномірність розподілу навантаження вносить також наявність сили опору від технологічної операції F_{TO} (рис. 2 г). У такому разі доцільно прийняти такі припущення: точка прикладення F_{TO} розташована на поздовжній осі робота, її напрямок паралельний робочій площині, а вплив поздовжнього зсуву центру тиску на зміщення центру повороту не враховується.

Під час повороту МР його гусениці повертаються відповідно довкола полюсів обертання O_2 та O_1 , а рівняння моментів має вигляд:

$$(F_{Ti} - F_{\beta})B + jR_1 \frac{x_o + L/2}{2} + jR_3 \frac{x_o + L/2}{2} + jR_2 \frac{L/2 - x_o}{2} + jR_4 \frac{L/2 - x_o}{2} + jF_{TO}(l - x_o)\sin\beta = jYx_o + F_{TO} \frac{B}{2} \cos\beta + \frac{XB}{2},$$

де $i = 1, j = 1$ – для відстаючої гусениці; $i = 2, j = -1$ – для забіжної гусениці; L – довжина МРБП (рис. 2 г); x_o, l – відстані від поперечної осі робота до центрів повороту гусениць та до точки закріплення технологічного обладнання (рис. 2 г); β – кут відхилення лінії дії сили F_{TO} від поздовжньої вісі робота (рис. 2 в).

В отриманих рівняннях момент опору повороту МР на похилій площині МПОВ визначається як:

$$M_{пов} = R_1 \frac{x_o + L/2}{2} + R_2 \frac{L/2 - x_o}{2} + R_3 \frac{x_o + L/2}{2} + R_4 \frac{L/2 - x_o}{2},$$

де

$$R_1 = \frac{\mu_{пов} Q_1}{L} (x_o + L/2); R_2 = \frac{\mu_{пов} Q_1}{L} (L/2 - x_o);$$

$$R_3 = \frac{\mu_{пов} Q_2}{L} (x_o + L/2); R_4 = \frac{\mu_{пов} Q_2}{L} (L/2 - x_o),$$

де Q_1 та Q_2 – нормальні навантаження на відстаючу та забіжну гусениці (рівні за значенням, але протилежні за знаком до реакцій опори N_1 та N_2), які не рівні між собою та перерозподіляються під впливом поперечної сили Y , а відповідно змінюються і реакції опори N_1 та N_2 (рис. 2 б) як:

$$N_1 = Q_1 = \frac{G\cos\gamma + F}{2} + G\sin\gamma \frac{h_{ц1}}{B}; N_2 = Q_2 = \frac{G\cos\gamma + F}{2} - G\sin\gamma \frac{h_{ц1}}{B},$$

$$N = N_1 + N_2 = Q_1 + Q_2 = G \cos \gamma + F,$$

де $h_{Ц}$ – висота центру тяжіння МР. На рис. 2 б і г Σ_{S_1} та Σ_{S_2} – результуючі поперечних реакцій поверхні на відстаючу та забіжну гусениці.

Враховуючи вищевикладене, момент опору повороту МР:

$$M_{\text{пов}} = \frac{\mu_{\text{пов}} L Q}{4} \left(1 + \frac{4x_o^2}{L^2} \right) = \frac{\mu_{\text{пов}} L (G \cos \gamma + F)}{4} \left(1 + \frac{4x_o^2}{L^2} \right),$$

а сили опору кочення у разі довільного просторового положення:

$$F_{\beta_i} = f N_i = f \left(\frac{G \cos \gamma + F}{2} + j G \sin \gamma \sin \varphi_{\text{МР}} \frac{h_{Ц}}{B} \right).$$

З урахуванням (1) сили тяги визначаються як:

$$F_{T_i} = f \frac{G \cos \gamma + F}{2} + G \sin \gamma \left(\frac{\cos \varphi_{\text{МР}}}{2} + j \frac{x_o}{B} \sin \varphi_{\text{МР}} + j f \frac{h_{Ц}}{B} \sin \varphi_{\text{МР}} \right) - j \frac{\mu_{\text{пов}} L (G \cos \gamma + F)}{4B} \left(1 + \frac{4x_o^2}{L^2} \right) + F_{\text{ТО}} \left(\frac{1}{2} \cos \beta - j \frac{(l - x_o)}{B} \sin \beta \right). \quad (10)$$

Для визначення x_o в цьому разі спроектуємо всі сили на поперечну вісь (рис. 2 г), а R_1 - R_4 виразимо через питомі поперечні сили:

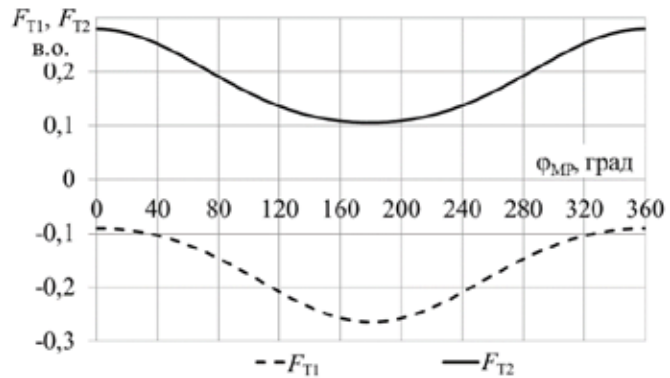
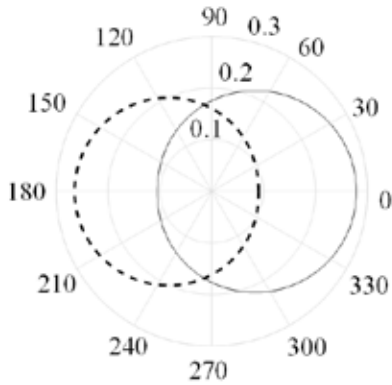
$$Y + F_{\text{ТО}} \sin \beta = 2x_o (s_1 + s_2).$$

Враховуючи, що $(s_1 + s_2) = \mu_{\text{пов}} (G \cos \gamma + F) / L$, отримаємо вираз

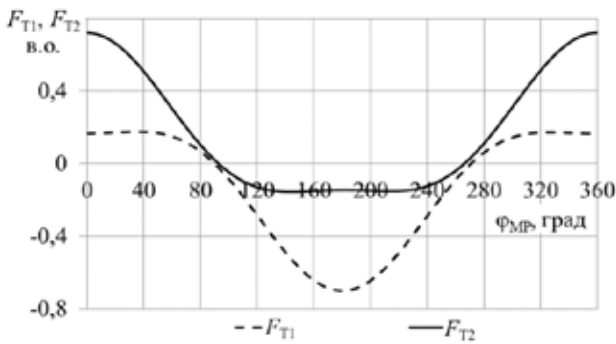
$$x_o = \frac{L (G \sin \gamma \sin \varphi_{\text{МР}} + F_{\text{ТО}} \sin \beta)}{2 \mu_{\text{пов}} (G \cos \gamma + F)}. \quad (11)$$

Для покращення поворотності гусеничних рушіїв під час конструювання відношення L/B доцільно підтримувати у межах 1,0–1,7 [12].

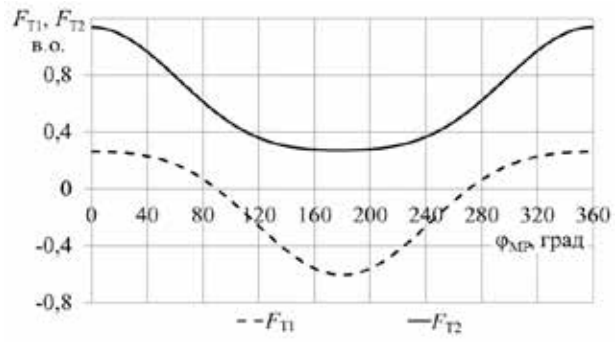
Користуючись отриманими залежностями (3), (5)–(11), які представляють модель рівномірного руху МР, можна розрахувати значення сил тяги F_{T_1} та F_{T_2} за рівномірного руху для всього діапазону зміни кута $\varphi_{\text{МР}}$ від 0 до 360° відносно G ($F_{T_1}^* = F_{T_1}/G$, $F_{T_2}^* = F_{T_2}/G$). Результати таких розрахунків для параметрів моделі робота ($L = 1$ м, $B = 0,8$ м; $h_{Ц} = 0,2$ м) та робочої поверхні ($\mu_{\text{пов}} = 0,6$; $f = 0,015$, $\gamma = 10^\circ$) без урахування сил $F_{\text{ТО}}$ та F наведені у полярних та декартових координатах на рис. 3 а. Як видно з полярної діаграми, наведеної на рис. 3 а, для забезпечення рівномірного повороту робота з постійним радіусом на похилій площині необхідно безперервно змінювати величини сил F_{T_1} (сила F_{T_1} має знак мінус для всіх значень $\varphi_{\text{МР}}$ а на рис. 3 а в полярних координатах F_{T_1} взята за модулем) та F_{T_2} . З діаграми видно, що найбіль-



а)



б)



в)

Рис. 3. Графіки зміни відносних сил тяги $F_{T_1}^*$ (пунктирна лінія) та $F_{T_2}^*$ (суцільна лінія) в координатах курсового кута $\varphi_{\text{МР}}$: $\gamma = 10^\circ$, $F_{\text{ТО}} = F = 0$ (а); $\gamma = 60^\circ$, $F_{\text{ТО}} = 0$, $F = 0,76G$ (б); $\gamma = 60^\circ$, $F_{\text{ТО}} = 0,5G$; $F = 1,5G$ (в)

шого значення сила F_{T2} досягає на «чистому» підйомі, найменшого – на «чистому» спуску. Для F_{T1} діє зворотна закономірність: за «чистих» кренів значення сил F_{T2} та F_{T1} менше значень цих сил під час повороту МР на горизонтальній ділянці.

На рис. 3 б показані графіки для F_{T1}^* та F_{T2}^* у разі нахилу поверхні $\gamma = 60^\circ$ з урахуванням сили F^* ($F^* = F/G$), яка розрахована для заданих умов руху і тих самих параметрів моделі робота за виразом (3). Видно, що для забезпечення рівномірного повороту МР на похилих поверхнях з великим кутом нахилу з потрібним значенням F характер зміни сил тяги зберігається, але тепер вони мають змінюватися і за знаком, і за модулем, причому на «чистому» підйомі F_{T1} , на відміну від попереднього випадку, має додатний знак, але значно менше значення за F_{T2} , а на «чистому» спуску обидві сили мають від’ємний знак, що пояснюється суттєво більшим моментом опору повороту $M_{пов}$ через наявність притискного зусилля F .

На рис. 3 в показані графіки для F_{T1}^* та F_{T2}^* у разі нахилу поверхні $\gamma = 60^\circ$ з урахуванням сил F^* та F_{T0}^* ($F_{T0}^* = F_{T0}/G$, $\beta = 30^\circ$) для заданих умов руху і тих самих параметрів моделі робота. Видно, що для забезпечення рівномірного повороту МР на похилих поверхнях з великим кутом нахилу та наявності F_{T0} від заданої технологічної операції значення сил тяги F_{T2} має змінюватися за модулем, а F_{T1} – і за знаком, і за модулем, що пояснюється взаємним впливом притискного зусилля F та зусилля F_{T0} .

Для опису нерівномірного руху МР залежно для сил F_{T1} та F_{T2} необхідно додати (у разі розгону) або відняти (у разі гальмування) силу інерції. Із залежностей для N_1 та N_2 можна визначити масу робота, яка припадає на кожну гусеницю як $m_{Г1} = N_1/g$, $m_{Г2} = N_2/g$, тоді сила інерції, що діє на кожну гусеницю $F_{Г1}$ та $F_{Г2}$, визначається як:

$$F_{Гi} = \left(\frac{G \cos \gamma + F}{2g} + jG \sin \gamma \sin \varphi_{MP} \frac{h_{Гi}}{gB} \right) \frac{dV_{Гi}}{dt},$$

де $\frac{dV_{Г1}}{dt}$, $\frac{dV_{Г2}}{dt}$ – прискорення відстаючої та забіжної гусениць.

Динамічний момент у разі нерівномірного повороту на похилій площині робота можна виразити як: $M_{динп} = J_{MP} d\omega_{MP}/dt$, де J_{MP} – момент інерції робота. Величина J_{MP} може бути визначена експериментально для горизонтальних поверхонь (без дії притискного зусилля магніту). Для наближених розрахунків можна умовно прийняти МР у вигляді тонкої пластини масою m_{MP} ширини B та довжини L . Тоді момент інерції

такої пластини $J_{ПМП}$ відносно вісі, що проходить через її геометричний центр, знаходиться як: $J_{ПМП} = m_{MP}(B^2 + L^2)/12$ [16]. Вплив притискного зусилля на момент інерції може бути врахований через додавання до маси МР еквівалентної маси, рівної F/g , тоді отримаємо вираз:

$$M_{динп} = \left(m_{MP} + \frac{F}{g} \right) \frac{L^2 + B^2}{12} \frac{d\omega_{MP}}{dt}.$$

Приймаючи $M_{динп}$ парою еквівалентних динамічних сил опору з плечем B , тоді еквівалентна динамічна сила опору від повороту, що діє на кожну з гусениць, може бути врахована як $F_{динп} = M_{динп}/B$.

Тоді рівняння сил тяги гусениць у динаміці $F_{T1д}$ та $F_{T2д}$ виглядають як:

$$F_{Tд} = F_{Ti} + F_{Гi} + F_{динп}.$$

Враховуючи вираз (4), складемо рівняння математичної моделі динаміки МР, що містить вирази для кожної з гусениць:

$$M_{EMi} = \frac{J_{я} d\omega_{д}}{\eta_{д}} + \frac{1}{k_p \eta_{MP}} \left[J_{СК} \frac{d\omega_{К}}{dt} + R_{К} \left(f \frac{G \cos \gamma + F}{2} + G \sin \gamma \left(\frac{\cos \varphi_{MP}}{2} + j \frac{x_0}{B} \sin \varphi_{MP} + j f \frac{h_{Гi}}{B} \sin \varphi_{MP} \right) - j \frac{\mu_{пов} L (G \cos \gamma + F)}{4B} \left(1 + \frac{4x_0^2}{L^2} \right) + F_{T0} \left(\frac{1}{2} \cos \beta - \frac{(l-x_0)}{B} \sin \beta \right) + \left(\frac{G \cos \gamma + F}{2g} + jG \sin \gamma \sin \varphi_{MP} \frac{h_{Гi}}{gB} \right) \frac{dV_{Гi}}{dt} + \left(m_{MP} + \frac{F}{g} \right) \frac{L^2 + B^2}{12B} \frac{d\omega_{MP}}{dt} \right], \quad (12)$$

де M_{EM1} та M_{EM2} – електромагнітні моменти двигунів відстаючої та забіжної гусениць відповідно; η_{MP} – ККД мобільного робота, $\eta_{MP} = \eta_{д} \eta_{Г} \eta_{ГГ}$.

Отже, загальна математична модель МР складається із залежностей (2), (3), (5)–(12), а також моделей двигунів та редукторів, наведених у [10]. За допомогою цієї розробленої моделі отримані результати комп’ютерного моделювання у вигляді графіків перехідних процесів основних технологічних параметрів робота, які зображені на рис. 4–7.

На рис. 4 наведена залежність лінійної швидкості переміщення робота у разі подачі напруги 220 В на обидва привідні двигуни від кута нахилу робочої феромагнітної поверхні. Зі збільшенням кута γ від 0 до 90° результуюча швидкість зменшується через збільшення навантаження, створюваного силою тяжіння. При $\gamma = 270^\circ$ робот рухається вниз, відповідно сила тяжіння сприяє переміщенню МР, тому його результуюча швидкість вища, ніж у попередніх випадках (верхня лінія 4 на рис. 4).

Рис. 5 показує, що для $\gamma = 60^\circ$ та живлення електродвигунів МР напругою 220 В у разі появи навантаження, наприклад, створюваного технологічною операцією очищення за значення модельного часу 1 с, усталене значення швидкості переміщення після перехідного процесу зменшується та не повертається до попереднього значення, що вказує на необхідність синтезу та введення в імітаційну модель МР керуючих пристроїв (регуляторів) [10].

Повороти робота для зміни його курсу (кута φ_{MP}) здійснюються зміною живильної напруги на кожному з привідних двигунів. При цьому одночасно змінюється і лінійна швидкість переміщення МР. Зміна координат φ_{MP} та V_{MP} за різних значень напруги, що живить привідні двигуни (U_1, U_2 – напруги на двигунах відстаючої та забіжної гусениць), показана на рис. 6 та 7 відповідно, де через ΔU_{12} позначена різниця живильних напруг, $\Delta U_{12} = U_2 - |U_1|$. З рис. 6 видна лінійність

залежностей кута повороту МР від різниці напруг, що живлять привідні двигуни, для $\alpha = 60^\circ$ та у разі включення навантаження 2,1 кН, створюваного технологічним обладнанням, за значення модельного часу 3 с. При цьому створюване технологічним інструментом навантаження не суттєво впливає на графік $\varphi_{MP}(t)$, а найбільша кутова швидкість робота ω_{MP} досягається у разі зустрічного вмикання двигунів з напругами $U_2 = 220$ В, а $U_1 = -220$ В (лінія 1 на рис. 6).

Рис. 7 показує вплив різниці живильної напруги двигунів на значення лінійної швидкості МР при $\alpha = 60^\circ$ та включенні навантаження 2,1 кН, створюваного технологічним обладнанням, за значення модельного часу 3 с. Причому у разі збільшення цієї різниці результуюча швидкість МР збільшується, що пояснюється зміщенням центру повороту від геометричного центру робота. У разі включення навантаження характер зменшення швидкості зберігається. Після 3 с

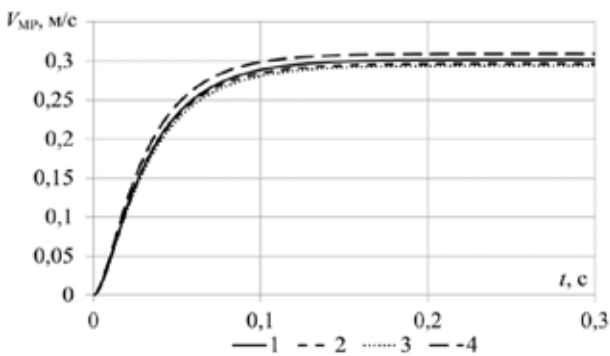


Рис. 4. Зміна лінійної швидкості МР за різних значень кута γ : 1 – $\gamma = 0^\circ$; 2 – $\gamma = 45^\circ$; 3 – $\gamma = 90^\circ$; 4 – $\gamma = 270^\circ$

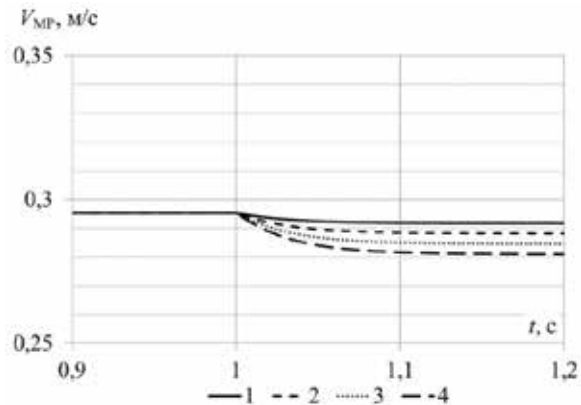


Рис. 5. Зміна лінійної швидкості МР за різних значень навантаження: 1 – 700 Н; 2 – 1400 Н; 3 – 2100 Н; 4 – 2800 Н

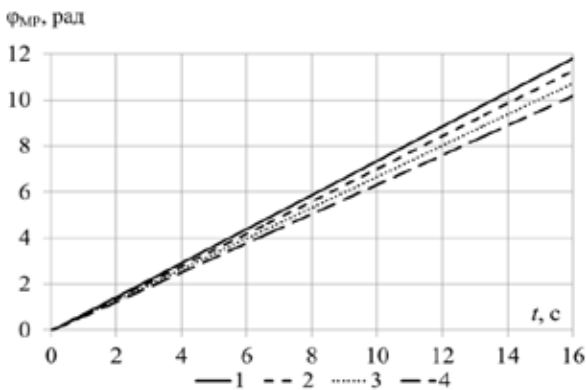


Рис. 6. Зміна кута повороту МР за різниці по модулю в живильній напрузі обох ДПС: 1 – $\Delta U_{12} = 0$ В; 2 – $\Delta U_{12} = 20$ В; 3 – $\Delta U_{12} = 40$ В; 4 – $\Delta U_{12} = 60$ В

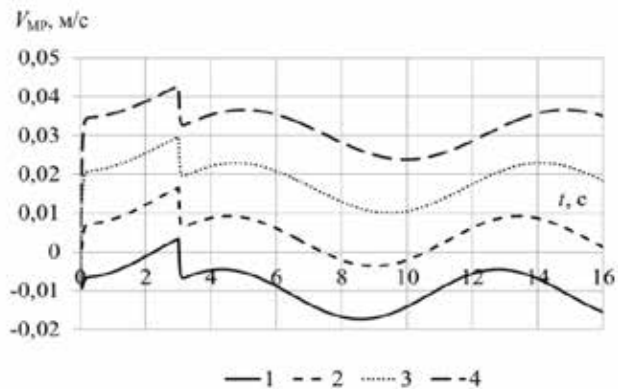


Рис. 7. Зміна лінійної швидкості переміщення МР за різниці по модулю в живильній напрузі обох ДПС ΔU_{12} : 1 – $\Delta U_{12} = 0$ В; 2 – $\Delta U_{12} = 20$ В; 3 – $\Delta U_{12} = 40$ В; 4 – $\Delta U_{12} = 60$ В

моделювання швидкість має коливальний характер через відповідні коливання навантаження від змінюваних поздовжніх та поперечних сил на валах двигунів.

Отримані результати на рис. 4–7 показують адекватність отриманих результатів за характером зміни основних технологічних параметрів реальним процесам переміщення існуючих МР в аналогічних умовах. У майбутньому доцільно розглянути синтез регуляторів САК просторовим рухом робота по похилій робочій поверхні.

Висновки. У цій роботі представлений синтез математичної моделі гусеничного МР, яка пов'язує конструктивні параметри, притискне зусилля, швидкість переміщення, курсовий кут,

враховує залежність моменту опору повороту від радіуса повороту, а також збурення від виконуваної технологічної операції. Результати моделювання показують наявність істотного впливу кута нахилу робочої поверхні та збурення від технологічної операції на основні керовані координати – швидкість та притискне зусилля. Своєю чергою на курс МР цей вплив незначний. Таким чином, синтезована модель повною мірою відображає основні властивості реального мобільного робота як складного об'єкта керування, дає змогу досліджувати його поведінку в різних умовах руху та може бути застосована в подальших дослідженнях під час розробки та налагодження високоєфективних САК основними координатами МР.

Список літератури:

1. Kozlov O.V., Gerasin O.S., Kondratenko Y.P., Kushnir V.O. Automation of the monitoring and control processes of a mobile robot for processing of large inclined surfaces. *International Journal "SHIPBUILDING & MARINE INFRASTRUCTURE"*, No. 1 (9), 2018, P. 59–66.
2. Градецкий В.Г., Рачков М.Ю. Роботы вертикального перемещения. Москва : Тип. Мин. образования РФ, 1997. 223 с.
3. Souto D., Faica A., Lypez-Peca F., Duro R.J. Lappa: a New Type of Robot for Underwater Non-magnetic and Complex Hull Cleaning. *IEEE International Conference on Robotics and Automation* (Karlsruhe, Germany, May 6–10, 2013). Germany, 2013. P. 3394–3399.
4. Ross, B., Bares, J., Fromme, C. A Semi-Autonomous Robot for Stripping Paint from Large Vessels. *The International Journal of Robotics Research*. July–August, 2008. P. 617–626.
5. Christensen, L., Fischer, N., Kroffke, S., Lemburg, J., Ahlers R. Cost-Effective Autonomous Robots for Ballast Water Tank Inspection. *Journal of Ship Production and Design*. 2011. No. 27 (3). P. 127–136.
6. Souto, D., Faiña, A., Deibe, A., Lopez-Peña, F., Duro, R. J. A Robot for the Unsupervised Grit-Blasting of Ship Hulls. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2012. Vol. 9. P. 1–16.
7. Longo D., Muscato G. A Small Low-Cost Low-Weight Inspection Robot with Passive-Type Locomotion. *Integrated Computer-Aided Engineering*, 2004. Vol. 11. P. 339–348.
8. Мобільний робот для механічного очищення корпусу судна: пат. 100341 Україна: МПК В25J 19/00. № u2015 00063; заявл. 05.01.2015; опубл. 27.07.2015, Бюл. № 14. 9 с.
9. Кондратенко Ю.П., Рудольф Й., Козлов О.В., Запорожець Ю.М., Герасін О.С. Нейро-нечіткі спостерігачі для ідентифікації притискного зусилля магнітокерованих рушіїв мобільних роботів. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 5. С. 53–61.
10. Gerasin O.S., Kozlov O.V., Kondratenko G.V., Mingxin H. Synthesis and study of the mathematical model of a caterpillar mobile robot for vertical movement. *Проблеми інформаційних технологій*. 2018. № 1 (23). С. 87–97.
11. Беспяты́й Ф.С., Троицкий И.Ф. Конструкция, основы теории и расчёт трактора. Изд. второе. Москва : «Машиностроение», 1972. 502 с.
12. Сергеев Л.В. Теория танка. Москва, 1973. 495 с.
13. Вікович І.А. Теорія руху транспортних засобів : підручник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2013. 672 с.
14. Kondratenko Y.P., Zaporozhets Y.M., Rudolph J., Gerasin O.S., Topalov A.M., Kozlov O.V. Features of clamping electromagnets using in wheel mobile robots and modeling of their interaction with ferromagnetic plate. *9th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS)*. Bucharest, Romania, 2017. Vol. 1. P. 453–458.
15. Kondratenko Y., Zaporozhets Y., Rudolph J., Gerasin O., Topalov A., Kozlov O. Modeling of clamping magnets interaction with ferromagnetic surface for wheel mobile robots. *International Journal of Computing*. 2018. № 17 (1). P. 33–46.
16. Піцан Р.М., Бардачевський В.Т., Бойчук Б.Г. Збірник задач до курсу «Електропривід». *Розімкнені системи електропривода*. Частина І. Львів : Вид-во Державного університету «Львівська політехніка», 1999. 425 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОЦЕЛЕВОГО ГУСЕНИЧНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

В статье проведён синтез и исследование математической модели многоцелевого гусеничного мобильного робота (МР) с прижимными электромагнитами, способного перемещаться и выполнять различные технологические операции на наклонных ферромагнитных поверхностях. Авторами разработана математическая модель движущего комплекса МР для равномерного и неравномерного пространственного движения, которая связывает скорость перемещения, курсовой угол и создаваемое роботом прижимное усилие. Синтезированная модель МР позволяет исследовать поведение данного сложного технического объекта управления в различных условиях движения и может быть применена в дальнейших исследованиях при разработке и настройке систем автоматического управления (САУ) основными координатами МР.

Ключевые слова: *мобильный робот многоцелевого назначения, гусеничный движитель, прижимной электромагнит, система автоматического управления, математическое моделирование.*

MATHEMATICAL MODELING OF MULTIPURPOSE CATERPILLAR MOBILE ROBOT FOR VERTICAL MOVEMENT

The article contains a synthesis and study of a mathematical model of a multipurpose caterpillar mobile robot (MR) with clamping electromagnets, capable of moving and performing various technological operations on inclined ferromagnetic surfaces. The authors developed a mathematical model of the MR's moving complex for uniform and uneven spatial movement, which connects the speed of movement, the course angle and the clamping force created by the robot. The synthesized MR's model allows to investigate the behavior of this complex technical control object in the various movement conditions and can be applied in further studies at the development and adjustment of automatic control systems (ACS) of the MR's main coordinates.

Key words: *mobile multipurpose robot, caterpillar mover, clamping electromagnet, automatic control system, simulation.*